2018年11月18日　経済学部　数学基礎学力型

〔Ⅰ〕

問１　（1）$\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$

（2）$\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$

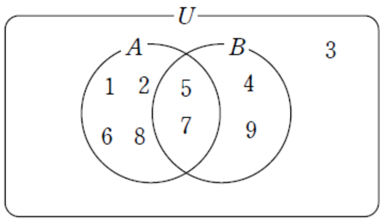
（3）$\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}=(\sqrt{2}+1)(2-\sqrt{3})-(\sqrt{3}+2)(\sqrt{2}-1)=4-2\sqrt{6}$

問２

右図より

$A=\{1,\ 2,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

$(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap B)=B=\{4,\ 5,\ 7,\ 9\}$



〔Ⅱ〕 $y=-2x^2+ax+a-2=-2\left(x-\dfrac{a}{4}\right)^2+\dfrac{a^2}{8}+a-2$

問１　$\left(\dfrac{a}{4},\ \dfrac{a^2}{8}+a-2\right)$

問２　$f(x)=-2x^2+ax+a-2$ とすると，

$f(-1)=-4<0,\ f(1)=2a-4<0$　……①

$f\left(\dfrac{a}{4}\right)=\dfrac{a^2}{8}+a-2>0 \Leftrightarrow a^2+8a-16>0 \Leftrightarrow a<-4-4\sqrt{2},\ -4+4\sqrt{2}<a$　……②

軸：$-1<\dfrac{a}{4}<1 \Leftrightarrow -4<a<4$　……③

①～③より，求める a の範囲は，$4\sqrt{2}-4<a<2$

【別解】

$-2x^2+ax+a-2=0 \Leftrightarrow x^2+1=\dfrac{1}{2}a(x+1)$

$g(x)=x^2+1$ とすると，$-1<x<1$ において，$y=g(x)$ と直線 $y=\dfrac{1}{2}a(x+1)$ が異なる2点を共有する条件を求めればよい。

$-1<x<1$ において，$y=g(x)$ と直線 $y=\dfrac{1}{2}a(x+1)$ が接するのは $a=4\sqrt{2}-4$

点 $(1,\ 2)$ を共有するときは $a=2$　　よって，$4\sqrt{2}-4<a<2$

〔Ⅲ〕

問１　$BC=x$，$AC=3-x$ として，余弦定理を用いると，

$$x^2=1^2+(3-x)^2-2\cdot1\cdot(3-x)\cdot\cos60^\circ \iff x^2=1+9-6x+x^2-3+x$$

$$5x=7 \iff x=\frac{7}{5}$$　よって，$BC=\dfrac{7}{5}$

問２　問１より $AC=3-\dfrac{7}{5}=\dfrac{8}{5}$

AD：DC＝BA：BC＝5：7　よって，$AD=\dfrac{8}{5}\times\dfrac{5}{5+7}=\dfrac{2}{3}$

問３　△ABD に余弦定理を用いて，$BD^2=1^2+\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-2\cdot1\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\cos60^\circ=\dfrac{7}{9}$

よって，$BD=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

〔Ⅳ〕

問１　X，Y の平均値を $\overline{x}$，$\overline{y}$ とすると，

$$\overline{x}=\frac{83+87+81+79+90}{5}=\frac{420}{5}=84$$

$$\overline{y}=\frac{46+38+50+54+32}{5}=\frac{220}{5}=44$$

X，Y の分散を $s_X{}^2$，$s_Y{}^2$ とすると，

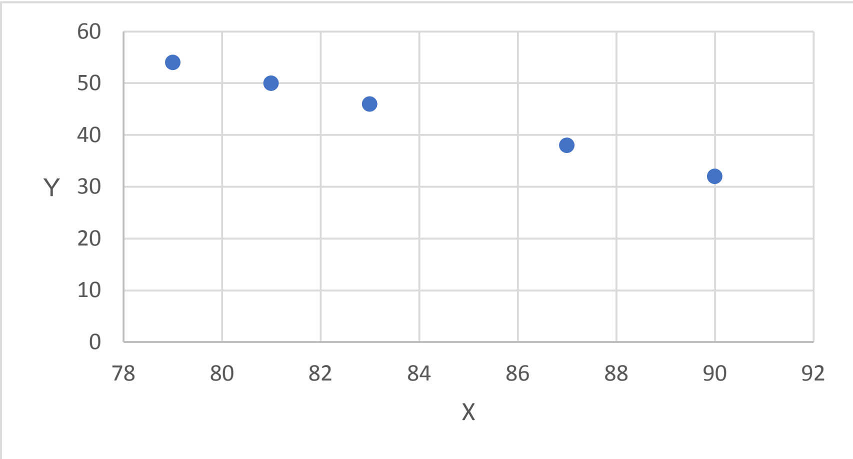
$$s_X{}^2=\frac{(83-84)^2+(87-84)^2+(81-84)^2+(79-84)^2+(90-84)^2}{5}$$

$$=\frac{1+9+9+25+36}{5}=\frac{80}{5}=16$$

$$s_Y{}^2=\frac{(46-44)^2+(38-44)^2+(50-44)^2+(54-44)^2+(32-44)^2}{5}$$

$$=\frac{4+36+36+100+144}{5}=\frac{320}{5}=64$$

問２



　　　X が増えると Y が直線的に減る傾向にある。

問３　X と Y は負の相関関係にある。