2018年11月18日　工学部　数学基礎学力型

【数学】

［Ⅰ］

(1)

$$(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$$

$$=1-2\sin\theta\cos\theta \qquad (\because \sin^2\theta+\cos^2\theta=1)$$

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$　の両辺を2乗すると

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{4}{5} \quad\Leftrightarrow\quad 1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{4}{5} \quad \therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{1}{10}$$

以上より，$(\sin\theta-\cos\theta)^2=1-2\left(-\dfrac{1}{10}\right)=\dfrac{6}{5}$

$$\therefore \quad \sin\theta-\cos\theta=\pm\sqrt{\frac{6}{5}}=\pm\frac{\sqrt{30}}{5}$$　…【答】

(2)

$$\sin^3\theta-\cos^3\theta=(\sin\theta-\cos\theta)(\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$$

$$=\pm\frac{\sqrt{30}}{5}\left(1-\frac{1}{10}\right)=\pm\frac{9\sqrt{30}}{50}$$　…【答】

［Ⅱ］

（1）

2本とも当たりくじを引く確率を考え,

$\frac{x}{y}\times\frac{x-1}{y-1}=\frac{1}{12}$　より，　$12x(x-1)=y(y-1)$　…①

①の左辺は4の倍数であり，yと$y-1$は偶奇が異なるので，yまたは$y-1$が4の倍数。

$10\leqq y<20$も考慮すると，$y=12$，13，16，17のいずれかである。

また，①の左辺は3の倍数であるので，yまたは$y-1$が3の倍数。

$\therefore y=12$，13，16

ⅰ）$y=12$のとき

①：$12x(x-1)=12\cdot 11$　$\Leftrightarrow$　$x^2-x-11=0$。　これを満たす整数xは存在しない。

ⅱ）$y=13$のとき

①：$12x(x-1)=13\cdot 12$　$\Leftrightarrow$　$x^2-x-13=0$。　これを満たす整数xは存在しない。

ⅲ）$y=16$のとき

①：$12x(x-1)=16\cdot 15$　$\Leftrightarrow$　$(x-5)(x+4)=0$。　xは自然数より，$x=5$

以上より，　$x=5$，$y=16$　…【答】

(2)

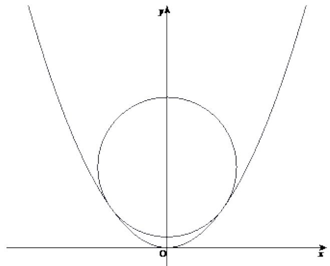
（1）より，当たりくじは5本，はずれくじは$16-5=11$本であるので，1 本目がはずれて2本目が当たる確率は

$\frac{11}{16}\times\frac{5}{15}=\frac{11}{48}$　…【答】

［Ⅲ］

(1)

右図のように，円と放物線が $y>0$ の範囲で接すればよい。



円の方程式は，$x^2+(y-a)^2=\dfrac{3}{4}$

$$\begin{cases} x^2+(y-a)^2=\dfrac{3}{4} \\ y=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \quad y+(y-a)^2=\frac{3}{4} \quad \Leftrightarrow \quad y^2+(1-2a)y+a^2-\frac{3}{4}=0 \quad \cdots①$$

y の2次方程式①の判別式を D とすると，円と放物線が接するとき $D=0$ より，

$$D=(1-2a)^2-4\cdot1\cdot\left(a^2-\frac{3}{4}\right)=0 \quad \Leftrightarrow \quad 4-4a=0 \quad \text{より，} \quad a=1$$

このとき，①：$y^2-y+\dfrac{1}{4}=0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2=0$ 　より，$y=\dfrac{1}{2}$

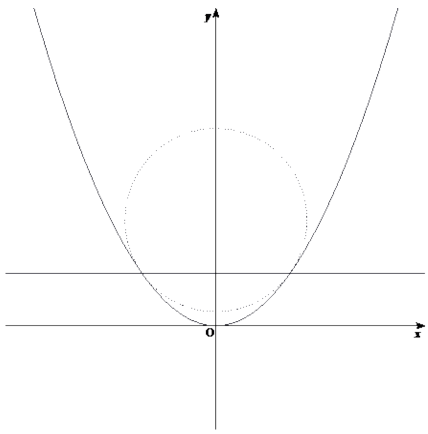
$\dfrac{1}{2}=x^2$ 　より，$x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

以上から，$a=1$，共有点の座標は $\left(\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ 　…【答】

(2)

（1）より，放物線と円の共有点の座標は $\left(\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ であり，2つの共有点を通る直線は

$y=\dfrac{1}{2}$ である。



$$\therefore S=\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\frac{1}{2}-x^2\right)dx$$

$$=\frac{1}{6}\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}^3=\frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cdots【答】$$

【論述問題】

［Ｉ］

(1) 私は車の燃料の進化について関心を持っている。車の燃料は従来ガソリンが主流だったが,近年では電気・水素・二酸化炭素などを燃料とする車の開発が進んでいる。これらの燃料がガソリンにとって変われば，燃料コストの削減につながるだけでなく，大気汚染などの環境問題の改善にもつながると考えるからである。　(144 文字)

(2) 科学技術の情報を得るメディアとして，インターネットが最適であると考える。インターネットは他のメディアと比べて，多くの情報をより速く手に入れることができるからである。また，インターネットは他のメディアと異なり，情報を検索することもできるので，必要な情報のみを得ることができるという利点もある。　(145 文字)

［Ⅱ］

私が情報工学科を志望する理由は，私が将来希望している職に就くために必要な知識やスキルを得られると考えるからです。私は小学生の頃から情報機器，特にパソコンが好きで機器の仕組みや通信に興味を持つようになりました。そして，システムエンジニアとして活躍している父の姿に憧れ，私自身もシステムエンジニアをを目指すようになりました。しかし，現在の私は情報工学に関する専門的な知識がほとんどありません。なぜなら，これまでに情報工学を体系的に学んだ経験がないからです。それ故，貴学のような充実した設備・環境の下で情報工学を基礎から学び，将来の仕事に大学で学んだ知識や経験を生かしていきたいと考えています。　(294 文字)