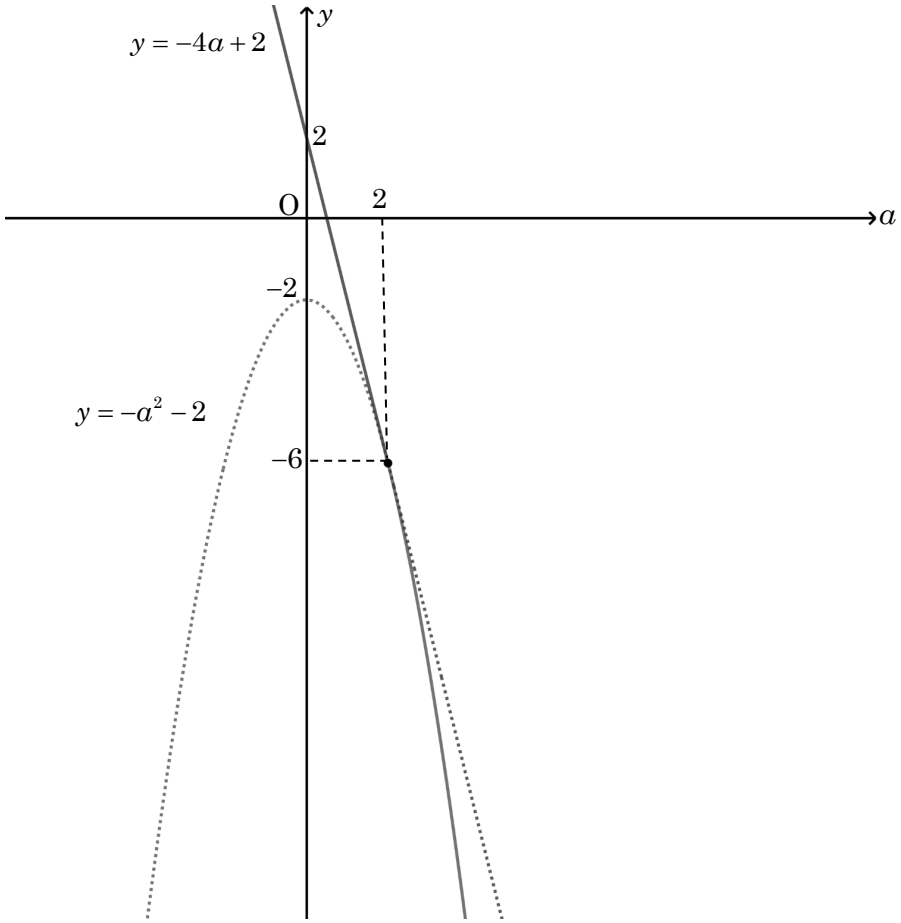
【経済学科　数学基礎学力型】

〔Ⅰ〕

問１	$y=(4^x+4^{-x})-2a(2^x+2^{-x})$ であり， $4^x+4^{-x}=(2^x+2^{-x})^2-2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}=t^2-2$ より， $y=t^2-2-2at=t^2-2at-2$　…【答】
問２	$2^x>0$，$2^{-x}>0$ であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により， $2^x+2^{-x}\geqq 2\sqrt{2^x\cdot 2^{-x}}$　よって　$2^x+2^{-x}\geqq 2$　…① $2^x=2^{-x}$ ⇔ $x=-x$ ⇔ $x=0$ より，$x=0$ のとき①の等号は成り立つ 以上より，t のとり得る値の範囲は　$t\geqq 2$　…【答】
問３	$f(t)=t^2-2at-2=(t-a)^2-a^2-2$　$(t\geqq 2)$ とおくと $a\leqq 2$ のとき　$g(a)=f(2)=-4a+2$ $2\leqq a$ のとき　$g(a)=f(a)=-a^2-2$ よって，$y=g(a)$ のグラフは以下の実線部。 

〔Ⅱ〕

<table>
<tr><td>問 1</td><td>

$f(x)=6x(x-a)(x-2)$ とおく。

$f(x)=0$ とすると， $x=0, a, 2$

$0<a<2$ より， $\begin{cases} 0<x<a \text{ のとき}, f(x)>0 \\ a<x<2 \text{ のとき}, f(x)<0 \end{cases}$ であるから

$$S=\int_0^a f(x)dx+\int_a^2 -f(x)dx$$
$$=\int_0^a \{6x^3-6(a+2)x^2+12ax\}dx+\int_a^2 \{-6x^3+6(a+2)x^2-12ax\}dx$$
$$=\left[\frac{3}{2}x^4-2(a+2)x^3+6ax^2\right]_0^a+\left[-\frac{3}{2}x^4+2(a+2)x^3-6ax^2\right]_a^2$$
$$=-a^4+4a^3-8a+8$$ …【答】

</td></tr>
<tr><td>問 2</td><td>

$\dfrac{dS}{da}=-4a^3+12a^2-8=-4(a^3-3a^2+2)$ であり，

$a=1$ のとき $a^3-3a^2+2=1-3+2=0$ であるから， $\dfrac{dS}{da}=-4(a-1)(a^2-2a-2)$

$\dfrac{dS}{da}=0$ とすると， $a=1, 1\pm\sqrt{3}$ であるから， $0<a<2$ における増減表は以下。

<table>
<tr><td>a</td><td>(0)</td><td>…</td><td>1</td><td>…</td><td>(2)</td></tr>
<tr><td>$\dfrac{dS}{da}$</td><td></td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>S</td><td>(8)</td><td></td><td>3</td><td></td><td>(8)</td></tr>
</table>

よって， $a=1$ のとき，極小値3 …【答】

</td></tr>
</table>

〔Ⅲ〕

問 1	三角形 ABC は $AB=BC$ の二等辺三角形より，辺 AC の中点を M とすると $AM=\frac{1}{2}AC=2$ $AM\perp BM$ より，$\cos\angle BAC=\frac{AM}{BA}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ …【答】
問 2	O は三角形 ADC の内心より，線分 AF は $\angle BAC$ の二等分線である 角の二等分線の性質より，$CF:FB=AC:AB=4:6=2:3$ 三角形 ABF と直線 CD にメネラウスの定理を用いると $\frac{AE}{EF}\cdot\frac{FC}{CB}\cdot\frac{BD}{DA}=\frac{5}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1-s}{s}=1$ より，$s=\frac{1}{2}$ …【答】
問 3	$\sin\angle BAC=\sqrt{1-\cos^2\angle BAC}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$s=\frac{1}{2}$ より $AD=\frac{1}{2}\cdot AB=3$ であるから，三角形 ADC の面積を S とすると $S=\frac{1}{2}AC\cdot AD\sin\angle BAC=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{2}$ 三角形 ADC に余弦定理を用いると $CD^2=AC^2+AD^2-2AC\cdot AD\cos\angle BAC=4^2+3^2-2\cdot 4\cdot 3\cdot\frac{1}{3}=17$ より，$CD=\sqrt{17}$ ここで，三角形 ADC の内接円の半径を r とすると $S=\frac{1}{2}r(AC+AD+CD)=\frac{1}{2}r(4+3+\sqrt{17})=\frac{7+\sqrt{17}}{2}r=4\sqrt{2}$ より， $r=\frac{8\sqrt{2}}{7+\sqrt{17}}=\frac{7\sqrt{2}-\sqrt{34}}{4}$ また，O から線分 AD に下ろした垂線と線分 AD の交点を H とする 半角の公式より，$\sin^2\angle OAH=\frac{1-\cos\angle BAC}{2}=\frac{1}{3}$ であるから，$\sin\angle OAH=\frac{1}{\sqrt{3}}$ また，$\sin\angle OAH=\frac{OH}{AO}$ より，$AO=\frac{OH}{\sin\angle OAH}=\frac{r}{\sin\angle OAH}=\frac{7\sqrt{6}-\sqrt{102}}{4}$ 以上より，三角形 ADC の内接円の半径：$\frac{7\sqrt{2}-\sqrt{34}}{4}$，$AO=\frac{7\sqrt{6}-\sqrt{102}}{4}$ …【答】

〔Ⅳ〕

問 1	20 歳未満の年齢層について ワクチン接種者の感染率：$\frac{20}{400}\times 100=5$ （%） ワクチン未接種者の感染率：$\frac{80}{2000-400}\times 100=5$ （%） よって，ワクチン接種者・未接種者の間で感染率に変化はない 20 歳以上 60 歳未満の年齢層について ワクチン接種者の感染率：$\frac{40}{4000}\times 100=1$ （%） ワクチン未接種者の感染率：$\frac{20}{6000-4000}\times 100=1$ （%） よって，ワクチン接種者・未接種者の間で感染率に変化はない 60 歳以上の年齢層について ワクチン接種者の感染率：$\frac{120}{600}\times 100=20$ （%） ワクチン未接種者の感染率：$\frac{280}{2000-600}\times 100=20$ （%） よって，ワクチン接種者・未接種者の間で感染率に変化はない 全年齢層について ワクチン接種者の感染率：$\frac{180}{5000}\times 100=3.6$ （%） ワクチン未接種者の感染率：$\frac{380}{10000-5000}\times 100=7.6$ （%） よって，ワクチン未接種者の方が感染率が高い
問 2	表のデータからは，このワクチンについて効果があるとは判断できないと考える。まず，年齢階層別のワクチン接種者と未接種者の感染率を見ると，20 歳未満がともに 5%，20 歳以上 60 歳未満がともに 1%，60 歳以上がともに 20%となっており，各年齢層でワクチン接種の有無による感染率の差はない。また，全年齢層（総数）の感染率を見ると，ワクチン接種者の感染率が 3.6%であるのに対し，ワクチン未接種者の感染率が 7.6%であり，ワクチン接種者よりもワクチン未接種者の方が 2 倍以上感染率が高いという結果になっているが，これはワクチンに効果があったというよりも，感染率の低い 20 歳以上 60 歳未満の年齢階層のワクチン接種率が高いことによるものである。以上のことから，この表のデータからはワクチンに効果があるとは判断できない。（351 文字）