数Ⅰ・Ⅱ・A　2024 年 2 月 3 日

［Ⅰ］

(1)	ア	イ	ウ	エ	オ	カ					
	5	0	3	4	4	2					
(2)	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ
	5	2	7	2	6	2	9	7	0	1	2
	ツ										
	9										
(3)	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ					
	0	2	1	1	3	4					

［Ⅱ］

(1)　$x=\sin\theta+\cos\theta$ について

$$x=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$$

$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ であるから

$$-\sqrt{2} \leqq x \leqq \sqrt{2}$$

また，

$$x^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1+2\sin\theta\cos\theta$$

より

$$f(\theta)=x^2-1-2ax+2a^2-1=x^2-2ax+2a^2-2$$

$f(\theta)=g(x)$ とおくと，

$$g(x)=x^2-2ax+2a^2-2=(x-a)^2+a^2-2,\ -\sqrt{2} \leqq x \leqq \sqrt{2}$$

$a \leqq -\sqrt{2}$ のとき　$g\left(-\sqrt{2}\right) \geqq 0$ の条件は

$$2a^2+2\sqrt{2}a \geqq 0 \Leftrightarrow a\left(a+\sqrt{2}\right) \geqq 0 \text{ より } a \leqq -\sqrt{2}$$

$-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}$ のとき

　$g(a)=a^2-2<0$ より　条件を満たさない

$\sqrt{2} \leqq a$ のとき $g\left(\sqrt{2}\right) \geqq 0$ の条件は

$$2a^2-2\sqrt{2}a \geqq 0 \Leftrightarrow a\left(a-\sqrt{2}\right) \geqq 0 \text{ より } a \geqq \sqrt{2}$$

したがって，求める a の値の範囲は

$$a \leqq -\sqrt{2},\quad \sqrt{2} \leqq a$$

(2) $\int_0^2 f(t)dt = k$ とおくと，k は定数であり，

$$k = \int_0^2 \left\{ \left| t^2 - 1 \right| + k \right\} dt$$

$$= \int_0^1 (-t^2 + 1 + k)dt + \int_1^2 (t^2 - 1 + k)dt$$

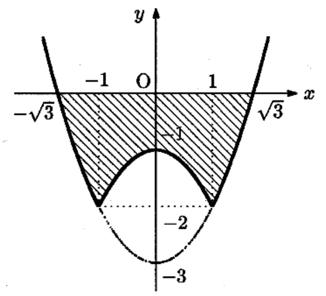
$$= \left[-\frac{t^3}{3} + t \right]_0^1 + \left[\frac{t^3}{3} - t \right]_1^2 + 2k$$

$$= 2 + 2k$$

したがって，

$k = -2$ より $f(x) = \left| x^2 - 1 \right| - 2$

グラフの概形は図のようになる。



求める面積 S は，対称性を利用して

$$S = 2\int_0^{\sqrt{3}} (3 - x^2)dx - 4\int_0^1 (1 - x^2)dx$$

$$= 2\left[3x - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\sqrt{3}} - 4\left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1$$

$$= 2(3\sqrt{3} - \sqrt{3}) - 4\left(1 - \frac{1}{3} \right)$$

$$= 4\sqrt{3} - \frac{8}{3}$$